

# Το πρόβλημα του Neumann για δευτεροβάθμιες ελλειπτικές εξισώσεις με όρους χαμηλότερης τάξης

Γιώργος Σακελλάρης

7 Ιουνίου, 2023

## Περίληψη

Θα μιλήσουμε για θεωρία ομαλότητας λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων με συνοριακές συνθήκες Neumann. Θα επικεντρωθούμε σε δευτεροβάθμιους τελεστές της μορφής  $\mathcal{L}u = -\operatorname{div}(A\nabla u + bu) + c\nabla u + du$  σε περιοχές Lipschitz  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ , όπου  $n \geq 3$ , υποθέτοντας ότι ο  $A$  είναι ελλειπτικός και φραγμένος.

Θα δούμε ποιες φυσιολογικές υποθέσεις στους συντελεστές και τα δεδομένα μας οδηγούν σε προβλήματα με πυρήνες το πολύ μονοδιάστατους και φραγμένες λύσεις. Θα αναπτύξουμε την  $L^2$  θεωρία, με εκτιμήσεις οι οποίες είναι αναλλοίωτες στις αλλαγές κλίμακας, και εξαρτώνται από το  $\Omega$  με βέλτιστο τρόπο. Έπειτα, θα μιλήσουμε για το βέλτιστο πλαίσιο στο οποίο οι λύσεις είναι φραγμένες, ξανά με «καλές» εκτιμήσεις, και αφορά χώρους Lorentz για τα δεδομένα του προβλήματος.

Τέλος, η μοναδικότητα λύσεων θα μας οδηγήσει στο ανάλογο της συνάρτησης Green με συνοριακά δεδομένα Neumann, τη συνάρτηση Neumann Green, με «καλές» εκτιμήσεις. Σε όλο αυτό το πλαίσιο ο  $\mathcal{L}$  δε θα είναι απαραίτητα coercive, και οι όροι χαμηλότερης τάξης δε θα είναι αναγκαστικά «μικροί» σε κάποια νόρμα.