Χρήσιμες Κατανομές - Σχέσεις

- Αν $X_1,\ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα από την $N(\mu, \sigma^2)$ και $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, τότε $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.
- Αν $Z_1,\ldots, Z_n$ τυχαίο δείγμα από την $N(0, 1)$ και $Z^2=\sum_{i=1}^{n} Z_i^2 \Rightarrow Z^2 \sim X_n^2$.

  Θυμίζουμε ότι $X_n^2 = Ga(a=\frac{1}{2}, p=\frac{n}{2})$.
- Αν $X_1,\ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα από την $N(\mu, \sigma^2)$ με μ γνωστό και $S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ τότε $\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim X_n^2$ $\left(\Leftrightarrow \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim X_n^2 \text{ με } S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 \right)$.
- Αν $X_1,\ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα από την $N(\mu, \sigma^2)$ με μ άγνωστο και $S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ τότε $\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim X_{n-1}^2$ $\left(\Leftrightarrow \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim X_{n-1}^2 \text{ με } S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 \right)$.
- Αν $X_1,\ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα από την $N(\mu, \sigma^2)$, $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ και $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ η αμερόληπτη δειγματική διασπορά τότε $\frac{(\bar{X}-\mu)\sqrt{n}}{S} \sim St\,(n-1)$.
- Αν $Z \sim N(0,1)$, $X \sim X_n^2$ και X, Z ανεξάρτητες τότε η $T=\frac{Z}{\sqrt{X/n}} \sim St\,(n)$.
- An $X_1 \sim X_{n_1}^2$, $X_2 \sim X_{n_2}^2$ και X_1, X_2 ανεξάρτητες τότε η $F=\frac{X_1/n_1}{X_2/n_2} \sim F(n_1,n_2)$.