ΕΡΓΑΣΙΑ 2

<u>Παράδοση εργασίας:</u> Τετάρτη 27/2/2014

1. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των τομών με επίπεδα παράλληλα προς τα επίπεδα των συντεταγμένων, να γίνει σχεδίαση σε διαφορετικά σχήματα, των επιφανειών με εξισώσεις (βλ. σελ. 113-122 βιβλίου):

α) $z=-4+(\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16})$, **β)** $\frac{z^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1+\frac{x^2}{36}$ **γ)** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1+\frac{z^2}{36}$

2. Δίνεται η σφαίρα (Σ): $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=4$, και το επίπεδο (π): $x+z=1$.

Α. Να βρεθεί η προβολή του κέντρου της σφαίρας στο επίπεδο (π).

Β) Να δειχθεί ότι το επίπεδο τέμνει τη σφαίρα.

Γ) Να βρεθούν το κέντρο και η ακτίνα του κύκλου που ορίζεται από την τομή της σφαίρας με το επίπεδο.

Δ) Να γραφεί ο ίδιος κύκλος ως τομή κυλίνδρου με άξονα παράλληλο στον άξονα $z'z$ και επιπέδου. Να γίνουν τα σχετικά σχήματα.

Ε) Να βρεθεί μια παραμετρική παράσταση του παραπάνω κύκλου.

3. Δίνονται οι επιφάνειες $S_1: x^2+y^2-z=0$ και $S_2: 2y-z=-3$

Α. Να σχεδιασθούν οι επιφάνειες και η καμπύλη (c) που είναι η τομή τους.

Β. Να παρασταθεί η καμπύλη (c) ως τομή ορθού κυλίνδρου Κ με την επιφάνεια S_2 και να γίνει σχεδίαση των Κ, S_2 και (c).

Γ. Να βρεθεί μια παραμετρική παράσταση της (c).

Δ. Να βρεθεί μια παραμετρική παράσταση και η καρτεσιανή εξίσωση της κυλινδρικής επιφάνειας Μ με οδηγό καμπύλη την (c) και γενέτειρες παράλληλες προς το διάνυσμα $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{k}=(0,0,1)$. Να γίνει πρόχειρο σχέδιο με την Μ και την (c).

4. Δίνεται η καμπύλη (γ) $z=4-(x^2+y^2),\ 2y+z=4$.

Α. Να δειχθεί ότι η προβολή (γ΄) της (γ) στο επίπεδο $z=0$ είναι ένα κύκλος και να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του.

Β. Να βρεθεί μια παραμετρική παράσταση της (γ΄) και στη συνέχεια της (γ).

Γ. Να γίνουν τα σχετικά σχήματα.

-1

5. Έστω Α $=A=\begin{bmatrix}3&1&1\\2&4&2\\1&1&3\end{bmatrix}$. Να βρείτε μια διαγωνοποίηση του Α. Να συμπεράνετε ότι ο Α αντιστρέφεται και να βρείτε μια διαγωνοποίηση του πίνακα A^{-1}. Ποια είναι χαρακτηριστικά ποσά του A^{-1} (Δεν χρειάζεται να υπολογίσετε τον A^{-1}).

6. Με τη βοήθεια του θεωρήματος Cayley - Hamilton, να δείξετε ότι ίσχυα: $A^3=A$, όπου. $A=\begin{bmatrix}2&0&1\\4&0&5\\3&0&2\end{bmatrix}$

Κατόπιν να υπολογίσετε τον πίνακα $B=3A^{513}-2A$ B = 3A513 − 2A .

-2

7. Δίνεται ο πίνακας $A=\begin{bmatrix}1&2&-4\\2&-2&-2\\a&-2&1\end{bmatrix}$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου α ώστε ο πίνακας Α να έχει ως ιδιοδιάνυσμα το Χ = $[2,\ 1,\ -2]^T$. Κατόπιν να βρείτε μια διαγωνοποίηση του A^2 .