



ΣΑΤΜ 1ο Εξάμηνο - 26 Σεπτεμβρίου 2014
Γραμμική Άλγεβρα και Αναλυτική Γεωμετρία
Επαναληπτική Εξέταση

Ονοματεπώνυμο

Θ Ε Μ Α Τ Α

Θ1. α) Δίνεται ότι ο τετραγωνικός πίνακας A ικανοποιεί τη σχέση $(A - 3I)(A + 2I) = 0$. Να δείξετε ότι ο A είναι αντιστρέψιμος και να εκφράσετε τον αντίστροφο A^{-1} ως πολυώνυμο του A και I .

β) i) Να προσδιοριστεί η τιμή του a για την οποία το σύστημα

$$\begin{aligned}x + 2y - z + 3w &= 2 \\2x + 4y - 3z + 4w &= 6 \\-x - 2y + 6z + 7w &= 12a\end{aligned}$$

είναι συμβιβαστό.

ii) Να λυθεί το σύστημα για $a = -1$.

Θ2. Δίνονται οι υπόχωροι του $\mathbb{R}^4$

$$V_1 = [(1, 2, -1, 4), (-1, -2, 6, -7), (2, 4, 3, 5)] \text{ και } V_2 = [(1, 2, 4, 1), (1, 0, 0, -1), (1, 1, 2, 0)].$$

i) Να βρεθεί μια βάση και η διάσταση των υποχώρων V_1 , V_2 και $V_1 + V_2$.

ii) Να βρεθεί η διάσταση του υπόχωρου $V_1 \cap V_2$.

Θ 3. α) Να βρείτε την εξίσωση του επιπέδου που περιέχει το σημείο $P = (2, 4, 6)$ και την ευθεία

$$\frac{-x+7}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}.$$

β) Να βρείτε την εξίσωση του κώνου $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, σε σφαιρικές συντεταγμένες.

Θ 4. α) Να βρείτε την απόσταση του σημείου $P = (1, 0, 2)$ από το επίπεδο $x - y + z = 0$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Δίνεται ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 5 \\ 0 & -4 & 0 \\ 5 & 10 & 1 \end{bmatrix}.$$

Να βρείτε μια διαγωνοποίηση του A .

Τα θέματα είναι ισοδύναμα Διάρκεια εξέτασης 2,5 ώρες

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ