

Γραμμική Άλγεβρα

3^ο Φυλλάδιο Ασκήσεων (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ) ΑΤΜ 2013-14

1. Να λυθούν τα συστήματα

$$\begin{array}{ll} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 & x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 & x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 & \text{και} \quad x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 & x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1 \end{array}$$

2. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, να λυθούν τα συστήματα

$$\begin{array}{ll} \lambda x + 3y + 4z = 3 & (\lambda + 3)x + y + 2z = \lambda \\ \lambda x + 5y + 7z = 3 & \text{και} \quad \lambda x + (\lambda - 1)y + z = 2\lambda \\ x + \lambda y + \lambda z = 2 & (3\lambda + 3)x + \lambda y + (\lambda + 3)z = 3 \end{array}$$

3. Για τις διάφορες τιμές των $a, b, c \in \mathbb{R}$, να λυθούν τα συστήματα

$$\begin{array}{ll} x + ay + a^2z = 1 & x + ay + a^2z = a^3 \\ x + ay + abz = a & \text{και} \quad x + by + b^2z = b^3 \\ bx + a^2y + a^2bz = a^2b & x + cy + c^2z = c^3 \end{array}$$

4. Να υπολογιστούν οι τιμές των $a, b, c \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα

$$\begin{array}{l} 5x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = a \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = b \text{ να έχει λύση. Τα διανύσματα } (a, b, c) \in \mathbb{R}^3, \text{ για τα οποία} \\ -x_1 + 3x_3 + 3x_4 = c \end{array}$$

το σύστημα έχει λύση, σχηματίζουν διανυσματικό χώρο; Αν ναι, να υπολογιστεί η διάστασή του.

5. Να υπολογιστούν οι τιμές των $a, b, c \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα

$$\begin{array}{l} (a+3)x - 2y + 3z = 4 \\ 3x + (a-3)y + 9z = b \text{ να έχει μοναδική λύση.} \\ 4x - 8y + (a+14)z = c \end{array}$$

Να εξετάσετε, στην περίπτωση που το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και το a παίρνει ακέραιες τιμές, αν τα διανύσματα $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, σχηματίζουν διανυσματικό χώρο.