

ΟΜΑΔΑ Α

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Μάθημα: «Γραμμική Άλγεβρα» Οκτώβριος 2007 (Επαναληπτική)

Ονοματεπώνυμο: _____

ΘΕΜΑ 1: Δίνονται οι ευθείες (ε): $\frac{x}{2} = y + 1 = \frac{5-z}{3}$ και (ζ): $1 - x = y = z - 2$ καθώς και το επίπεδο (π): $x + y + z = 4$.

1. Να αποδειχθεί ότι η (ε) κείται στο (π), ενώ η (ζ) το τέμνει και να βρεθεί το σημείο τομής τους P.
2. Ναδειχθεί ότι οι δύο ευθείες είναι ασύμβατες.
3. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο P και είναι κάθετη στην (ε).

ΘΕΜΑ 2. Δίνονται ο κύλινδρος K $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ και το επίπεδο (π) $z = y + 2$.

1. Να βρεθεί μια παραμετρική παράσταση της τομής (γ) του K με το (π).
2. Να βρεθεί η εξίσωση της κωνικής επιφάνειας με κορυφή το $\Lambda(2,3,0)$ και οδηγό την (γ).
3. Να γίνει μια σχεδίαση του κυλίνδρου K, της τομής (γ), και της κωνικής επιφάνειας για $z > 0$, στο ίδιο σχήμα.

ΘΕΜΑ 3. Α) Να λυθεί το σύστημα: $x + 2y + z = 3$, $ay + 5z = 10$, $2x + 7y + az = b$ για τις τιμές των $a, b \in \mathbb{R}$, που αυτό έχει άπειρες λύσεις.

Β) Δίνεται ο υπόχωρος:

$$V_1 = [(2, -1, 0, 1, 2), (1, 3, 1, -2, -4), (3, 2, 1, -1, -2), (7, 7, 3, -4, -8), ((1, -4, -1, -1, -2))],$$

1. Βρείτε μια βάση και τη διάστασή του.
2. Να βρείτε έναν υπόχωρο V_2 του $\mathbb{R}^5$ τέτοιο ώστε να είναι: $\mathbb{R}^5 = V_1 \oplus V_2$.

ΘΕΜΑ 4. Α) Να βρεθεί μια διαγωνοποίηση του πίνακα: $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Β) Αν Q είναι ένας 3x3 αντιστρέψιμος πίνακας, να βρεθεί μια διαγωνοποίηση του πίνακα: $B = Q(A^2 + I)Q^{-1}$. Ποιος είναι ο πίνακας που διαγωνοποιεί τον B?

Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Διάρκεια εξέτασης 2.5 ώρες. Καλή επιτυχία !