ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1Η - ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ 2009-10
ΔΙΠΛΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

1. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\iint_D e^{(x+y)^2}dxdy$, όπου D είναι το τρίγωνο με πλευρές πάνω στις ευθείες $y = x$, $x + y = 2$, $y = 0$, χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό $x + y = u$, $x - y = v$.

2. Να σχεδιαστεί το χωρίο ολοκλήρωσης του διπλού ολοκληρώματος

$$\int_{-a}^{a}\Big(\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}}(x^2+y^2)dy\Big)dx$$

και κατόπιν, θεωρώντας κατάλληλο μετασχηματισμό, να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα.

3. Δίνεται το ολοκλήρωμα $\iint_D e^{-(2x+y)}\sin(\frac{\pi y}{2x+y})dxdy$, όπου

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 2\}.$$

Θεωρώντας το μετασχηματισμό $u = 2x + y, y = v$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα.

4. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου D που περικλείεται από τις καμπύλες $y^2 = x$ και $y^2 + x = 6$.

5. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\iint_D 2xdxdy$, όπου $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 4, x + y \leq 5, x, y \geq 0\}$.

6. Αλλάζοντας τη σειρά ολοκλήρωσης, να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

$$I_1 = \int_0^1\Big(\int_y^1 \cos\frac{y}{x}dx\Big)dy, \qquad I_2 = \int_0^1\Big(\int_{\sqrt{y}}^1 (x^2 + xy^3)dx\Big)dy.$$

7. Μετασχηματίζοντας κατάλληλα το χωρίο ολοκλήρωσης, να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\iint_D \Big(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\Big)dxdy,$$

όπου $D = \{(x,y) :\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$.

8. Να βρεθεί ο όγκος του κυλίνδρου που φράσσεται από πάνω από το τμήμα του παραβολοειδούς $x^2 + y^2 = z$ που αποκόπτεται από το επίπεδο $z = 4$ και έχει ως βάση την προβολή του τμήματος αυτού στο επίπεδο xOy.

9. Να υπολογιστεί το εμβαδόν και οι ροπές αδράνειας I_x και I_y του χωρίου $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$.

10. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τμήματος της επιφάνειας του παραβολοειδούς $z = 4 - x^2 - y^2$ που βρίσκεται πάνω από το επίπεδο xOy.

Ημερομηνία παράδοσης: 21-4-2010