

Ομάδα Α

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών Μάθημα: «Γραμμική Άλγεβρα» Επαναληπτική Εξέταση 2008

Ονοματεπώνυμο.....

ΘΕΜΑ 1^ο : Δίνονται οι ευθείες: $(\zeta): x=1-y=\frac{z-2}{3}$ και $(\varepsilon): x=y-1=\frac{z-5}{6}$.

1. Να αποδειχθεί ότι είναι ασύμβατες (δεν υπάρχει επίπεδο που να περιέχει και τις δύο)
2. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (q) που περιέχει την (ζ) και είναι παράλληλο προς την (ε) .
3. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (p) που είναι παράλληλο και προς τις δύο ευθείες και απέχει εξίσου από αυτές.

ΘΕΜΑ 2 : Α) Να σχεδιασθούν οι επιφάνειες: α) $z = x^2 + y^2$, β) $z = -(x^2 + y^2)$, γ) $z = 9 - (x^2 + y^2)$

Β) Δίνεται η καμπύλη: $z = 6 - (x^2 + y^2)$, $10z = 40 - x$.

1. Να σχεδιασθεί και να αποδειχθεί ότι η προβολή της στο επίπεδο xOy είναι κύκλος του οποίου να βρείτε την ακτίνα και το κέντρο του.
2. Με βάση το προηγούμενο ερώτημα να βρεθεί μια παραμετρική της παράσταση.

ΘΕΜΑ 3: Α) Δίνεται το υποσύνολο του $\mathbb{R}^3$: $V = \{(x, y, z) : x - y + z = 0\}$ και $U = \{(x, y, z) : x = z\}$. Να δείξετε ότι τα V, U είναι υπόχωροι του $\mathbb{R}^3$ και να βρείτε μια βάση και τη διάσταση των υποχώρων: $V, U, (V \cap U)^\perp$.

Β) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \\x_1 - x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 &= -1 \\2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_5 &= 2\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4: Α) Δίνεται ότι ένας 3×3 μη διαγώνιος πίνακας A έχει τον αριθμό -2 διπλή ιδιοτιμή με δύο αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα τα $X_1 = [1 \ 1 \ 0]^T$, $X_2 = [1 \ 0 \ -1]^T$ και τον αριθμό 3 απλή ιδιοτιμή με ένα αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα το $X_3 = [1 \ 1 \ 1]^T$. Να προσδιορίσετε τον πίνακα A , αιτιολογώντας την

διαδικασία, αν γνωρίζετε ότι $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

Να βρεθούν τα χαρακτηριστικά ποσά του πίνακα A^7 .

Β) Για τη γραμμική απεικόνιση $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + z, x + y + 2z, 2x + y + 3z)$ να βρείτε:

- 1) Τον πυρήνα και το σύνολο τιμών της.
- 2) Τον πίνακα της T ως προς τη κανονική βάση του $\mathbb{R}^3$.

Διάρκεια εξέτασης 2:45 ώρες

Καλή επιτυχία !