

ΟΜΑΔΑ Α

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Μάθημα: «Μαθηματικά Ιβ»

Μάρτιος 2012

Ονοματεπώνυμο.....

ΘΕΜΑ 1 : Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon) : x - 4 = \frac{y-10}{2} = \frac{z-12}{3}$ και το

επίπεδο $(\pi) : x + y - z - 2 = 0$.

A) Ναδειχθεί ότι η ευθεία (ε) ανήκει στο επίπεδο (π) .

B) Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (σ) που είναι κάθετο στο (π) και έχει τομή με αυτό την ευθεία (ε) . Να γίνει πρόχειρο σκαρίφημα που να έχει τα (π) , (σ) , (ε) .

ΘΕΜΑ 2. A) Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Να βρείτε μια διαγωνοποίηση του πίνακα

A και την ορίζουσα του A^{30} , αιτιολογώντας πλήρως τη διαδικασία.

B) Δίνεται ένας 3×3 πίνακας B , ο οποίος ικανοποιεί την χαρακτηριστική του εξίσωση: $B^3 + 5B^2 + 6B = 0$. Να δείξετε ότι διαγωνοποιείται.

ΘΕΜΑ 3 A) Δίνεται ο τετραγωνικός πίνακας A , ο οποίος ικανοποιεί τη σχέση $A^3 - 2A^2 + A - I = 0$. Να δείξετε ότι ο A αντιστρέφεται και ότι είναι $A^{-1} = (A - I)^2$.

$$4x + 9y + z - 2w = \kappa$$

B) Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{aligned} x + 3y - 2z + w &= \lambda & (\Sigma), & \text{όπου } \kappa, \lambda, \mu \in \mathbb{R} \text{ είναι} \\ 2x + 5y - z &= \mu \end{aligned}$$

παράμετροι.

i) Να προσδιοριστεί η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι $\kappa, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα να είναι συμβιβαστό.

ii) Για $\kappa = 1, \lambda = 1, \mu = 1$ να λυθεί το σύστημα.

ΘΕΜΑ 4 Δίνονται οι υπόχωροι: $V_1 = \{(x, y, z, w) : x = y, z = y + 2w\}$ και

$$V_2 = [(2, 3, 1, 0), (1, 2, 0, 1), (0, 1, -1, 2)] \text{ του } \mathbb{R}^4.$$

i) Να βρείτε μια βάση και τη διάσταση για τον καθένα από τους υπόχωρους: $V_1, V_2, V_1 + V_2$.

ii) Να βρείτε τη διάσταση του υπόχωρου $V_1 \cap V_2$.

Το κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Με 2 μονάδες βαθμολογείται και το θέμα της Παραστατικής Γεωμετρίας που είναι σε ξεχωριστό φύλλο.

Σύνολο $2 \times 4 + 2 = 10$ μονάδες

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες (συνολικά)