

ΟΜΑΔΑ Α

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Μάθημα: «Μαθηματικά Ιβ»

Φεβρουάριος 2013

Ονοματεπώνυμο.....

ΘΕΜΑ 1 : Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon) : x = y = \frac{z+1}{2}$ και το επίπεδο $(\pi) : x + y - z = 1$. και η ευθεία

$(\zeta) : x - 2 = y - 3 = 4 - z$.

A) Ναδειχθεί ότι η ευθεία (ε) ανήκει στο επίπεδο (π) .

B) Ναδειχθεί ότι η ευθεία (ζ) τέμνει το επίπεδο (π) και να βρεθεί το σημείο τομής.

Γ) Ναδειχθεί ότι οι ευθείες (ε) , (ζ) είναι ασύμβατες.

Δ) Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (σ) που περιέχει την (ε) και είναι κάθετο στο (π) .

E) Να γίνει σχήμα που να περιέχει τις (ε) , (ζ) , και τα επίπεδο (π) και (σ) .

ΘΕΜΑ 2. A) Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

A) Να βρείτε μια διαγωνοποίηση του πίνακα A

B) Να βρεθεί μια διαγωνοποίηση του A^{129} και ναδειχθεί ότι $A^{129} = A$.

ΘΕΜΑ 3 A) Δίνονται οι τετραγωνικοί, ίδιου τύπου πίνακες A, B οι οποίοι ικανοποιούν τη σχέση $(A+B)^2 = B(A+B) + I$. Να δείξετε ότι:

i) οι πίνακες A και $A+B$ είναι αντιστρέψιμοι με $A^{-1} = A+B$.

ii) οι A, B αντιμετατίθενται.

$$x + 2y + z = 3$$

B) Δίνεται το σύστημα: $ky + 5z = 10$ (Σ), όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ είναι παράμετροι.

$$2x + 7y + kz = \lambda$$

Να προσδιοριστούν οι τιμές των παραμέτρων $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα:

i) Να έχει μοναδική λύση.

ii) Να έχει άπειρες λύσεις

iii) Να λύσετε το σύστημα όταν $\kappa = 5, \lambda = 12$.

ΘΕΜΑ 4 Δίνονται οι υπόχωροι: $V_1 = \{(x, y, z, w) : x = z = w\}$ και

$$V_2 = \{(x, y, z, w) : y = 2x - z, z = w\} \text{ του } \mathbb{R}^4.$$

i) Να βρείτε μια βάση και τη διάσταση για τον καθένα από τους υπόχωρους: $V_1, V_2, V_1 \cap V_2$.

ii) Να βρείτε τη διάσταση του υπόχωρου $V_1 + V_2$.

Το κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Με 2 μονάδες βαθμολογείται και το θέμα της Παραστατικής Γεωμετρίας που είναι σε ξεχωριστό φύλλο.

Σύνολο $2 \times 4 + 2 = 10$ μονάδες

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες (συνολικά)