

ΟΜΑΔΑ Α

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Μάθημα: «Μαθηματικά Ιβ»

Μάρτιος 2014

Ονοματεπώνυμο.....

ΘΕΜΑ 1 : Δίνεται οι ευθείες $(\varepsilon): x-1=y+2=z$, $(\zeta): \frac{x}{2}=y=z-1$ και το επίπεδο $(\pi): x-y-z+1=0$.

A) Ναδειχθεί ότι η ευθεία (ζ) ανήκει στο επίπεδο (π) ενώ η ευθεία (ε) το τέμνει.

B) Ναδειχθεί ότι οι ευθείες είναι ασύμβατες

Γ) Να γίνει με βάση τα A) και B) ένα πρόχειρο σχέδιο που να περιέχει τα (ε) , (ζ) και (π) .

ΘΕΜΑ 2. Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

A) Να βρείτε μια διαγωνοποίηση του πίνακα.

B) Να γραφεί το θεώρημα Cayley – Hamilton για τον πίνακα A.

Γ) Χρησιμοποιώντας το A), να βρεθεί ο A^{-1} , ως συνάρτηση δυνάμεων του A.

ΘΕΜΑ 3 A) Δίνεται ο τετραγωνικός πίνακας A τέτοιος ώστε ο πίνακας $A-I$ έχει αντίστροφο τον πίνακα $A^2 - I$. Να δείξετε ότι και ο πίνακας $A+I$ αντιστρέφεται και να βρείτε τον αντίστροφό του ως πολυώνυμο του A και I.

$$x + y + z + w = \kappa$$

$$2x - y + 3z - w = \lambda$$

B) Δίνεται το σύστημα: $4x - 5y + 7z - 5w = \mu$ (Σ), όπου $\kappa, \lambda, \mu, \nu \in \mathbb{R}$ είναι παράμετροι.

$$x - 2y + 2z - 2w = \nu$$

i) Να προσδιοριστούν οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι $\kappa, \lambda, \mu, \nu \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα να είναι συμβιβαστό.

ii) Να λυθεί το σύστημα όταν $\kappa = 1, \lambda = 0, \mu = -2, \nu = -1$.

ΘΕΜΑ 4 Δίνονται τα υποσύνολα: $V_1 = \{(x, y, z, w): x + y - z + w = 0\}$ και

$$V_2 = \{(x, y, z, w): x + y + z = 0, w = 2z\} \text{ του } \mathbb{R}^4.$$

i) Να δείξετε ότι είναι υπόχωροι του $\mathbb{R}^4$ και να βρείτε μια βάση και τη διάσταση για τον καθένα από τους υπόχωρους: $V_1, V_2, V_1 \cap V_2$.

ii) Να βρείτε τη διάσταση του υπόχωρου $V_1 + V_2$.

Τα Θέματα είναι ισοδύναμα. Διάρκεια εξέτασης 2,5 ώρες

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ