

ΟΜΑΔΑ Α

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Μάθημα: «Μαθηματικά Ιβ» Σεπτέμβριος 2012

Ονοματεπώνυμο.....

ΘΕΜΑ 1 : Α) Δίνεται το επίπεδο $(\pi): x + y + z = 12$ και το σημείο $A(1, 2, 0)$.

Να βρεθεί το επίπεδο (q) που διέρχεται από το συμμετρικό σημείο A' του A ως προς το επίπεδο (π) και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\mathbf{m} = (2, 9, 5)$.

Β) Δίνεται η καμπύλη $(\gamma) \ z = 4 - (x^2 + y^2), \ 2x + z = 4$.

1) Να βρεθεί με πλήρη διαδικασία η εξίσωση του κυλίνδρου με οδηγό την (γ) και γενέτειρες παράλληλες στο διάνυσμα $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$.

2) Ναδειχθεί ότι η προβολή (γ') της (γ) στο επίπεδο $z = 0$ είναι ένα κύκλος και να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του.

3) Να γίνει σχεδίαση (στο ίδιο σχήμα) της (γ) , της προβολής της και του κυλίνδρου.

ΘΕΜΑ 2 : Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Α) Να βρείτε μια διαγωνοποίηση του A .

Β) Με χρήση του θεωρήματος Cayley Hamilton να εκφράσετε τον πίνακα A^5 με τη βοήθεια δυνάμεων του A βαθμού μικρότερου του 3.

ΘΕΜΑ 3 Α) Δίνεται ο τετραγωνικός πίνακας A , ο οποίος ικανοποιεί τη σχέση $A^3 + A^2 - A - 2I = 0$. Να δείξετε ότι ο $A+I$ αντιστρέφεται και ότι είναι $(A+I)^{-1} = A^2 - I$.

$$2\lambda x + 8y + 11z = 6$$

Β) Δίνεται το σύστημα: $\lambda x + 5y + 7z = 3$ (Σ), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι παράμετρος.

$$x + \lambda y + \lambda z = 2$$

i) Να προσδιοριστούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το σύστημα έχει μοναδική λύση, η οποία και να βρεθεί.

ii) Να εξεταστεί αν για $\lambda = 1$ το σύστημα έχει λύση.

ΘΕΜΑ 4 Δίνεται ο υπόχωρος: $V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : y + z = 0\}$ του $\mathbb{R}^4$.

i) Να βρείτε μια βάση και τη διάσταση του V .

ii) Να επεκτείνετε τη βάση του V , που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, σε μια βάση του $\mathbb{R}^4$.

Το κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες. Με 2 μονάδες βαθμολογείται και το θέμα της Παραστατικής Γεωμετρίας που είναι σε ξεχωριστό φύλλο.

Σύνολο $2 \times 4 + 2 = 10$ μονάδες

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες (συνολικά)