

ΟΜΑΔΑ Α

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Μάθημα: «Μαθηματικά Ιβ» Οκτώβριος 2013

Ονοματεπώνυμο.....

ΘΕΜΑ 1^ο. Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{aligned}y - 2z + 3w &= 1 \\x - 3y + 2z + w &= 0 \\x - y - 2z + 7w &= 2 \\x - 4z + 10w &= 2 + k\end{aligned}$$

A) Να βρεθούν οι τιμές του k για τις οποίες το σύστημα είναι συμβιβαστό.

B) Να λύσετε το σύστημα για $k=1$.

ΘΕΜΑ 2^ο. **A)** Στον διανυσματικό χώρο $\mathbb{R}^4$ θεωρούμε τους υποχώρους του:

$$\begin{aligned}V_1 &= [(-1, 7, -7, 5), (3, 9, -9, 5)], \\V_2 &= [(3, -2, 3, -1), (1, 0, 1, 1), (1, -1, 1, -1)].\end{aligned}$$

Να βρείτε μια βάση του υπόχωρου $V_1 + V_2$ και τη διάσταση του $V_1 \cap V_2$.

B) Δίνεται ο τετραγωνικός πίνακας A τέτοιος ώστε $(A + I)^2 = 0$. Να δείξετε ότι οι πίνακες A και $A + 2I$ είναι αντιστρέψιμοι.

ΘΕΜΑ 3^ο. Δίνεται ο πίνακας: $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

A) Να βρεθούν τα χαρακτηριστικά ποσά του A και μια διαγωνοποίησή του.

B) Χωρίς να υπολογισθεί ο πίνακας $B = 3A^5 + 2I$, να βρεθεί μια διαγωνοποίησή του.

ΘΕΜΑ 4^ο. **A)** Δίνονται τα διανύσματα: $\mathbf{a} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{j} - \lambda\mathbf{k}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Να υπολογίσετε τα: $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{a}$, $((\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{a}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$, $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ και να προσδιορίσετε την τιμή του λ για την οποία τα διανύσματα $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ είναι συνεπίπεδα.

B) Δίνεται το σημείο $A(1, 0, -1)$ και η ευθεία (ε) $3x - y = 5$, $x + z = 5$. Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (π) που διέρχεται από το A και είναι κάθετο στην (ε) . Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (ρ) που διέρχεται από το A και περιέχει την (ε) .

Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Διάρκεια εξέτασης 2.5 ώρες

Καλή Επιτυχία