

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1ε-2ε

Αναλυτική Γεωμ.- Γραμ. Άλγεβρα

Σ.Ε.Μ.Φ.Ε 2009-10

1. Δίνονται τρία μη μηδενικά διανύσματα $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ του χώρου $\mathcal{D}$ των ελεύθερων διανυσμάτων. Να βρείτε τα διανύσματα $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$ που είναι τέτοια ώστε να ισχύει:

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{c} = 0,$$

σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις :

- (i) Τα $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ είναι μη συνεπίπεδα.
- (ii) Τα $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ είναι συνεπίπεδα και τα $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ είναι μη συγγραμμικά.
- (iii) Τα $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ είναι συγγραμμικά.

2. Να βρεθεί ένα διάνυσμα $\mathbf{x}$ τέτοιο ώστε: $\mathbf{x} \times \mathbf{a} = \mathbf{b}$, $\mathbf{x} \cdot \mathbf{c} = \lambda$, όπου $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, γνωστά διανύσματα με $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} \neq 0$ και $\lambda \in \mathbb{R}$ γνωστός αριθμός.

3. Δίνονται το επίπεδο $(\pi_1) : 2x + y - z = 0$, η ευθεία $(\varepsilon_1) : x = z, y = 3z$ και το σημείο $A(-1, 0, 2)$. Να βρεθούν:

- α) Η εξίσωση του επιπέδου (π) που διέρχεται από το A και είναι παράλληλο στο (π_1) .
- β) Το σημείο τομής B της (ε_1) και του (π) .
- γ) Η ευθεία που διέρχεται από το A , είναι παράλληλη προς το (π_1) και τέμνει την (ε_1) .
- δ) Το συμμετρικό του B ως προς το επίπεδο (π_1) .

4. Δίνεται το σημείο $A(1, 0, -1)$ και η ευθεία $(\varepsilon) : x - 3 = \frac{y - 4}{3} = 2 - z$.

- α) Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου (π) που διέρχεται από το A και είναι κάθετο στην (ε) .
- β) Να βρεθούν οι αναλυτικές εξισώσεις της ευθείας που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην (ε) .
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου που ορίζεται από το A και την (ε) .

5. Δίνονται οι ευθείες

$$(\varepsilon_1) : \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ x = z \end{array} \right\}, \quad (\varepsilon_2) : \left\{ \begin{array}{l} x + 5z = 1 \\ x + y = 0 \end{array} \right\}.$$

- α) Ναδειχθεί ότι είναι ασύμβατες.
- β) Να βρεθούν τα επίπεδα $(\pi_1), (\pi_2)$ που ορίζονται από την αρχή O και τις ευθείες $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$ αντίστοιχα.
- γ) Να βρεθεί η ευθεία που διέρχεται από την αρχή και τέμνει τις $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$.