

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2-ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙΙ ΣΕΜΦΕ 2010-11

ΤΡΙΠΛΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

1. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\iiint_G xyz dx dy dz$, όπου G είναι ο ορθός κύλινδρος με ύψους h και βάση τον δίσκο $(x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 1$.

2. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$I = \iiint_G dx dy dz = \int_0^1 \left(\int_0^{2x} \left(\int_{x^2+y^2}^{x+y} dz \right) dy \right) dx$$

αφού πρώτα προσδιορίσετε και σχεδιάσετε το χωρίο G .

3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\iiint_G x dx dy dz$, όπου G το χωρίο που περικλείεται από τις επιφάνειες $y = x^2$, $y = x + 2$, $4z = x^2 + y^2$ και $z = x + 3$.

4. Να υπολογίσετε με τη βοήθεια του μετασχηματισμού σε σφαιρικές συντεταγμένες το ολοκλήρωμα

$$I = \iiint_G \frac{|xyz|}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz,$$

όπου $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : a^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq b^2\}$. (Υπόδειξη: Παρατηρήστε τη συμμετρία του χωρίου ως προς τα επίπεδα συντεταγμένων, το γεγονός ότι η συνάρτηση είναι άρτια ως προς x , ως προς y και ως προς z , και θεωρήστε κατάλληλο χωρίο για να απαλλαγείτε από την απόλυτη τιμή)

5. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $I = \iiint_G z dx dy dz$, όπου το χωρίο G ορίζεται από τις ανισώσεις $x^2 + y^2 \leq z^2$, $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$. Να σχολιάσετε το αποτέλεσμα που βρήκατε (ήταν αναμενόμενο;).

6. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\iiint_G \sqrt{2 - x^2} dx dy dz,$$

όπου το χωρίο G φράσσεται από το παραβολοειδές $z = 2x^2 + y^2$, τον κύλινδρο $z = 4 - y^2$ και τα επίπεδα $x = 0$, $y = 0$.

7. Να προσδιοριστεί η μάζα του στερεού που φράσσεται από τις επιφάνειες $x^2 + y^2 = 2y$, $z^2 = x^2 + y^2$ και έχει συνάρτηση πυκνότητας $\rho(x, y, z) = k\sqrt{x^2 + y^2}$, όπου k σταθερός αριθμός.

Ημερομηνία παράδοσης: 19 - 11 - 2010