



Δομές Δεδομένων

Απλοί ΑΤΔ - Στοιίβα και Ουρά

Α. Συμβώνης

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Τομέας Μαθηματικών



Στοιίβα

[Stack]



Στοιίβα [Stack]

- Ο ΑΤΔ **στοίβα** αποθηκεύει αντικείμενα αυθαίρετου τύπου
- Οι εισαγωγές και οι διαγραφές ακολουθούν το σχήμα **LIFO** (Last-In First-Out)
- Φυσικό αντίστοιχο: μια στοίβα από πιάτα, κερματοθήκη
- Βασικές μέθοδοι της στοίβας:
 - `push(Object)`: εισαγωγή στοιχείου (στην κορυφή της στοίβας)
 - `Object pop()`: αφαιρεί και επιστρέφει το τελευταίο εισαχθέν στοιχείο της στοίβας (το οποίο βρίσκεται στην κορυφή της στοίβας)
- Βοηθητικές μέθοδοι της στοίβας:
 - `Object top()`: επιστρέφει το τελευταίο εισαχθέν στοιχείο της στοίβας χωρίς να το αφαιρέσει
 - `int size()`: επιστρέφει το πλήθος των στοιχείων που είναι αποθηκευμένα στη στοίβα
 - `boolean isEmpty()`: υποδηλώνει εάν η στοίβα είναι άδεια ή όχι





Στοιβα [Stack]

- Η διαπροσωπία Stack

```
1 public interface Stack<E> {  
2  
3     void push(E e);  
4     E pop();  
5  
6     E top();  
7     int size();  
8     boolean isEmpty();  
9 }  
10
```

Δεν είναι ίδια με τη κλάση
της βιβλιοθήκης της Java!
java.util.Stack



Στοιίβα [Stack]

Παράδειγμα: Χρήση Stack

Method	Return value	Περιεχόμενα στοίβας
push(5)	-	(5)
push(3)	-	(5 , 3)
size()	2	(5 , 3)
pop()	3	(5)
isEmpty()	false	(5)
pop()	5	()
isEmpty()	true	()
pop()	null	()
push(7)	-	(7)
push(9)	-	(7 , 9)
top()	9	(7 , 9)
pop()	9	(7)



Στοιίβα [Stack]

- Εφαρμογές της στοίβας

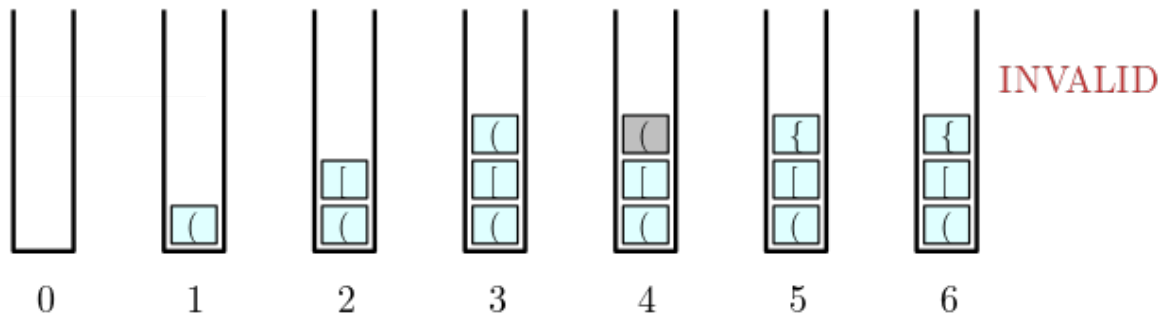
- Ιστορικό σελίδων επίσκεψης σε web browser
- Αναίρεση ενεργειών σε πρόγραμμα επεξεργασίας κειμένου
- Αλυσίδα κλήσης μεθόδων στο JVM (Java Virtual Machine)
 - Υλοποίηση αναδρομής -- `stackOverflowError`
- Έλεγχος σωστού ζευγαρώματος παρενθέσεων ('()', '[]', '{}')
- Έλεγχος σωστού ζευγαρώματος HTML λέξεων κλειδιών
- Υπολογισμός της τιμής μιας αριθμητικής έκφρασης με τελεστές διαφορετικής προτεραιότητας
 - Οι τελεστές `*`/`/` έχουν μεγαλύτερη προτεραιότητα από τους `+`/`-`
 - Για διαδοχικούς τελεστές ίδιας προτεραιότητας οι πράξεις γίνονται από τα αριστερά προς τα δεξιά
 - $3+4-2*8*4-5+8/2$
- Αντιστροφή σειράς στοιχείων λίστας



Στοιίβα [Stack]

- Έλεγχος σωστού ζευγαρώματος παρενθέσεων
 - Διαβάζουμε διαδοχικά τα σύμβολα
 - Για κάθε σύμβολο '(', '[', '{' που ανοίγει μια παρένθεση, το τοποθετούμε (push) στη στοιίβα
 - Για κάθε σύμβολο ')', ']', '}' που κλείνει μια παρένθεση ελέγχουμε εάν ταιριάζει με αυτό που είναι στην κορυφή (top) της στοιίβας.
 - Εάν ΝΑΙ, τότε το αφαιρούμε (pop) και συνεχίζουμε με τα υπόλοιπα.
 - Εάν ΌΧΙ, τότε η έκφραση δεν είναι νόμιμη.

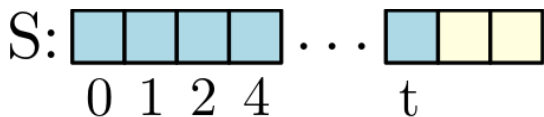
input: ([() {] })





Στοιίβα [Stack]

- Υλοποίηση στοιίβας με διάνυσμα (Array)
 - Απλή υλοποίηση
 - Προσθέτουμε στοιχεία από τη θέση 0 προς το τέλος
 - Μία μεταβλητή διατηρεί το αριθμό της θέσης στην οποία βρίσκεται το κορυφαίο στοιχείο
 - Σταθερό μέγεθος (όριο αποθήκευσης, δέσμευση μνήμης)



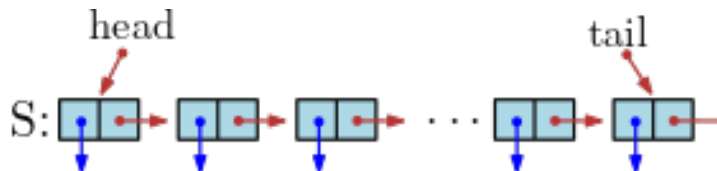
```
1 public class ArrayStack<E> implements Stack<E> {
2     public static final int CAPACITY=1000; // default array capacity
3     private E[] data; // generic array used for storage
4     private int t = -1; // index of the top element in stack
5
6
7     public ArrayStack() { this(CAPACITY); } // constructs stack with default capacity
8     public ArrayStack(int capacity) { // constructs stack with given capacity
9         data = (E[]) new Object[capacity]; // safe cast; compiler may give warning
10    }
11
12    public int size() { return (t + 1); }
13    public boolean isEmpty() { return (t == -1); }
14
15    public void push(E e) throws IllegalStateException {
16        if (size() == data.length) throw new IllegalStateException("Stack is full");
17        data[++t] = e; // increment t before storing new item
18    }
19
20    public E top() {
21        if (isEmpty()) return null;
22        return data[t];
23    }
24
25    public E pop() {
26        if (isEmpty()) return null;
27        E answer = data[t];
28        data[t] = null; // dereference to help garbage collection
29        t--;
30        return answer;
31    }
32 }
```




Στοιίβα [Stack]

- Υλοποίηση στοιίβας με απλά συνδεδεμένη λίστα (SinglyLinkedList)
 - Αξιοποίηση λειτουργιών λίστας
 - Προσθέτουμε στοιχεία στην αρχή της λίστας
 - Το στοιχείο `head` της λίστας είναι στη κορυφή της στοιίβας
 - Δυναμικό μέγεθος (δέσμευση μνήμης ίση με το πλήθος των στοιχείων)

```
1 public class LinkedStack<E> implements Stack<E> {  
2     private SinglyLinkedList<E> list = new SinglyLinkedList<>(); // an empty list  
3  
4     public LinkedStack() { } // new stack relies on the initially empty list  
5  
6     public int size() { return list.size(); }  
7  
8     public boolean isEmpty() { return list.isEmpty(); }  
9  
10    public void push(E element) { list.addFirst(element); }  
11  
12    public E top() { return list.first(); }  
13  
14    public E pop() { return list.removeFirst(); }
```





Στοιβα [Stack]

Σύνοψη

Στοιβα	Υλοποίηση	
	Διάνυσμα	SinglyLinkedList
push()	$O(1)$	$O(1)$
pop()	$O(1)$	$O(1)$
top()	$O(1)$	$O(1)$
size()	$O(1)$	$O(1)$
isEmpty()	$O(1)$	$O(1)$
isFull()	$O(1)$	$O(1)$

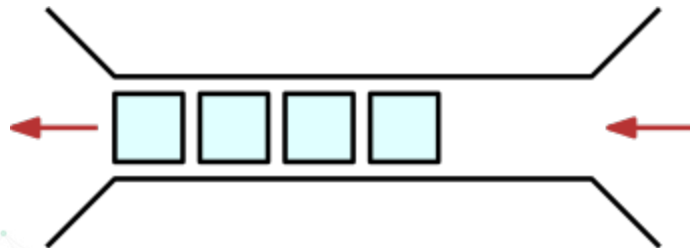


Ουρά [Queue]



Ουρά [Queue]

- Ο ΑΤΔ **ουρά** αποθηκεύει αντικείμενα αυθαίρετου τύπου
- Οι εισαγωγές και οι διαγραφές ακολουθούν το σχήμα **FIFO** (First-In First-Out)
- Βασικές μέθοδοι της ουράς:
 - `enqueue(Object)`: Εισάγει στοιχείο στο τέλος της ουράς
 - `Object dequeue()`: Αφαιρεί και επιστρέφει το στοιχείο από την αρχή της ουράς
- Βοηθητικές μέθοδοι της ουράς:
 - `Object first()`: Επιστρέφει το στοιχείο από την αρχή της ουράς χωρίς να το αφαιρέσει
 - `int size()`: Επιστρέφει το πλήθος των στοιχείων που είναι αποθηκευμένα στην ουρά
 - `boolean isEmpty()`: Υποδηλώνει εάν η ουρά είναι άδεια ή όχι





Ουρά [Queue]

- Η διαπροσωπία Queue

```
1 public interface Queue<E> {  
2  
3     void enqueue(E e);  
4     E dequeue();  
5  
6     E first();  
7     int size();  
8     boolean isEmpty();  
9 }
```

Δεν είναι ίδια με τη κλάση
της βιβλιοθήκης της Java!
java.util.Queue



Ουρά [Queue]

Παράδειγμα: Χρήση Queue

Method	Return value	Περιεχόμενα ουράς
enqueue (5)	-	(5)
enqueue (3)	-	(5 , 3)
size()	2	(5 , 3)
dequeue ()	5	(3)
isEmpty()	false	(3)
dequeue ()	3	()
isEmpty()	true	()
dequeue ()	null	()
enqueue (7)	-	(7)
enqueue (9)	-	(7 , 9)
first()	7	(7 , 9)
dequeue ()	7	(9)



Ουρά [Queue]

- Εφαρμογές της ουράς
 - Λίστες αναμονής (Εξυπηρέτηση πελατών)
 - Πρόσβαση σε κοινόχρηστα μέσα (πχ εκτυπωτής)
 - Multiprogramming



Ουρά [Queue]

- Υλοποίηση ουράς με κυκλικό-διάνυσμα (circular-array)
 - ο Σταθερό μέγεθος, έστω `CAPACITY`
 - ο Μία μεταβλητή διατηρεί τον αριθμό της θέσης του πρώτου στοιχείου της ουράς, έστω `f` [`front`]
 - ο Μία μεταβλητή διατηρεί το πλήθος των στοιχείων της ουράς, έστω `sz` [`size`]

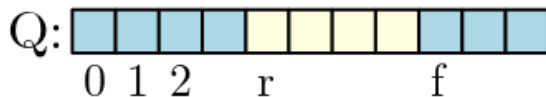
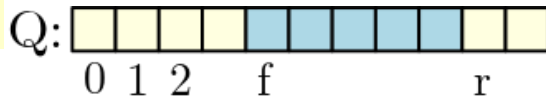
```
1 public class ArrayQueue<E> implements Queue<E> {  
2     public static final int CAPACITY = 1000;           // default array capacity  
3     private E[] data;                                   // generic array used for storage  
4     private int f = 0;                                  // index of the front element  
5     private int sz = 0;                                 // current number of elements  
6  
7     public ArrayQueue() {this(CAPACITY);}              // constructs queue with default capacity  
8     public ArrayQueue(int capacity) {                  // constructs queue with given capacity  
9         data = (E[]) new Object[capacity];             // safe cast; compiler may give warning  
10    }  
11  
12    public int size() { return sz; }  
13  
14    public boolean isEmpty() { return (sz == 0); }  
15  
16    public E first() {  
17        if (isEmpty()) return null;  
18        return data[f];  
19    }
```




Ουρά [Queue]

- Υλοποίηση ουράς με κυκλικό-διάνυσμα (circular-array) (συνέχεια)
 - Η εισαγωγή στοιχείου γίνεται στην πρώτη διαθέσιμη θέση μετά την f , έστω r [rear], η οποία προκύπτει ως: $r = (f + sz) \bmod \text{CAPACITY}$
 - Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζεται και η θέση f του πρώτου στοιχείο μετά την εξαγωγή στοιχείου

```
21 public void enqueue(E e) throws IllegalStateException {
22     if (sz == data.length) throw new IllegalStateException("Queue is full");
23     int avail = (f + sz) % data.length; // use modular arithmetic
24     data[avail] = e;
25     sz++;
26 }
27
28 public E dequeue() {
29     if (isEmpty()) return null;
30     E answer = data[f];
31     data[f] = null; // dereference to help garbage collection
32     f = (f + 1) % data.length;
33     sz--;
34     return answer;
35 }
```

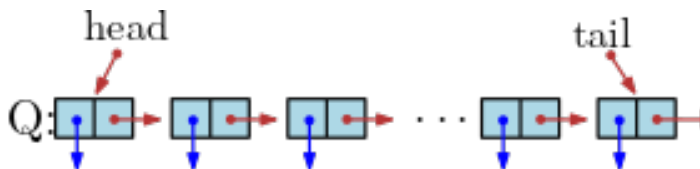




Ουρά [Queue]

- Υλοποίηση ουράς με απλά συνδεδεμένη λίστα (SinglyLinkedList)
 - Αξιοποίηση λειτουργιών λίστας
 - Προσθέτουμε στοιχεία στο τέλος της λίστας
 - Το στοιχείο `head` της λίστας είναι η αρχή της ουράς
 - Δυναμικό μέγεθος (δέσμευση μνήμης ίση με το πλήθος των στοιχείων)

```
1 public class LinkedListQueue<E> implements Queue<E> {  
2     private SinglyLinkedList<E> list = new SinglyLinkedList<>(); // an empty list  
3  
4     public LinkedListQueue() { } // new queue relies on the initially empty list  
5  
6     public int size() { return list.size(); }  
7  
8     public boolean isEmpty() { return list.isEmpty(); }  
9  
10    public void enqueue(E element) { list.addLast(element); }  
11  
12    public E first() { return list.first(); }  
13  
14    public E dequeue() { return list.removeFirst(); }
```





Ουρά [Queue]

Σύνοψη

Ουρά	Υλοποίηση		
	Διάνυσμα	Κυκλικό διάνυσμα	SinglyLinkedList
<code>enqueue()</code>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<code>dequeue()</code>	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$
<code>first()</code>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<code>size()</code>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<code>isEmpty()</code>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
<code>isFull()</code>	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$



Κυκλική Ουρά

[Circular Queue]



Κυκλικές Ουρές

- Επέκταση της απλής ουράς
- Υποστήριξη πράξης `rotate`

```
1 public interface CircularQueue<E> extends Queue<E> {  
2     /**  
3      * Rotates the front element of the queue to the back of the queue.  
4      * This does nothing if the queue is empty.  
5      */  
6     void rotate();  
7 }
```

Η πράξη `rotate` ισοδυναμεί με `enqueue (dequeue ( ) )`

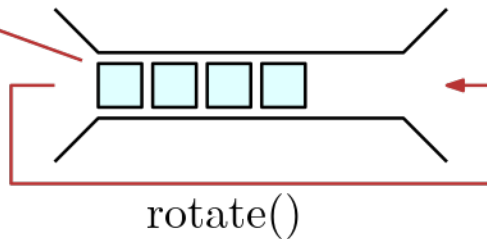


Κυκλικές Ουρές

- Εφαρμογή: Round Robin Schedulers

- Είναι δυνατή η υλοποίηση ενός round robin scheduler χρησιμοποιώντας μια ουρά q και εκτελώντας διαδοχικά τα ακόλουθα βήματα:
 - $e = q.first()$
 - Service element e
 - $q.rotate()$

$e = first()$
Service e





Ουρά [Queue]

Σύνοψη

Κυκλική Ουρά	Υλοποίηση	
	Κυκλικό διάνυσμα	CircularlyLinkedList
<code>enqueue()</code>	$O(1)$	$O(1)$
<code>dequeue()</code>	$O(1)$	$O(1)$
<code>first()</code>	$O(1)$	$O(1)$
<code>size()</code>	$O(1)$	$O(1)$
<code>isEmpty()</code>	$O(1)$	$O(1)$
<code>rotate()</code>	$O(1)$	$O(1)$
<code>isFull()</code>	$O(1)$	$O(1)$